

Inhalt

Editorial	Seite 1	Eine spannende Entdeckung bei Polynomen 4. Grades (ClassPad II)	Seite 5	Mathematikunterricht in Japan	Seite 8
Kurven mit Herz (ClassPad II)	Seite 1-2	Die Entwicklung der Sustainable Development Goals (SDGs) (ClassPad II)	Seite 6	Das Galton-Brett (FX-CG20)	Seite 9
Das Stechheber-Experiment – Viele Möglichkeiten (ClassPad II)	Seite 2-3	Kurvenuntersuchung mithilfe von Wertetafeln für f , f' und f'' (ClassWiz)	Seite 7	CASIO forum – Rätselecke	Seite 9
Verwendung von eActivities mit dem ClassPad II	Seite 4			Lehrer-Info-Service	Seite 10
				Impressum	Seite 10

Editorial

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,

im CASIO forum zeigen Kolleginnen und Kollegen Anregungen und Beispiele für den gewinnbringenden Unterrichtseinsatz unserer Rechner.

Wir informieren Sie in dieser Ausgabe über einige neue Möglichkeiten, die durch die Weiterentwicklung unserer technisch-wissenschaftlichen Rechner entstehen. Mathematik, die das Herz erfreut, erwartet Sie als Erstes – wie Sie rechts sehen. Neben Messwerterfassung mit dem Strohhalm, der Erstellung nützlicher eActivities, einem Tipp für Zufallssimulationen und einer geschickten Nutzung der Wertetabelle ist mal wieder ein Blick ins Ausland gewagt worden, diesmal nach Japan.

Sie finden weiterhin spannende Entdeckungen, ja sogar Untersuchungen zu Menschenwürde, Gleichheit und Gerechtigkeit und das erste Mal ein Rätsel. Ihre Lösung können Sie mit dem Erscheinen der nächsten Ausgabe mit der in der Materialdatenbank vergleichen.

Zum Ausprobieren der Beispielaufgaben im Unterricht können Sie unsere Grafikrechner im Klassensatz einschließlich Zubehör kostenlos für vier Wochen ausleihen. Einen Überblick über dieses und weitere Angebote finden Sie auf unserer Internetseite im Bereich Lehrersupport. Über Rückmeldungen zur Umsetzung der Aufgaben im Unterricht oder Anregungen zu bestimmten Themen freuen wir uns! Auch Beiträge sind herzlich willkommen, gern als E-Mail an education@casio.de

Ihr Redaktionsteam

CASIO Educational Projects

Unterrichtsidee für den ClassPad II

Kurven mit Herz

Autor: Armin Baeger, Kurfürst-Balduin-Gymnasium Münstermaifeld



Das Thema Kurven ist in Schule und Hochschule kaum noch präsent. Nur ganz selten werden sie in Schulbüchern thematisiert, obwohl heute verfügbare mathematische Werkzeuge in der Lage sind, sie mit einfachen Mitteln zu veranschaulichen.

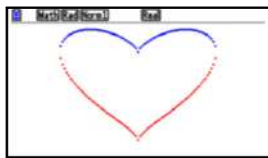
Dabei können Kurven im Rahmen der Differenzierung vor allem für leistungstärkere Schüler ab der 8. Klasse ein spannendes Explorationsgebiet darstellen, zumal sie in diesem Zusammenhang auch die Parameterdarstellung von Funktionen kennenlernen. Im Folgenden soll der grafische Taschenrechner oder

das CAS eine Herzkurve darstellen. Das Herz erfreut sich nicht nur als Symbol der Liebe seit alters her großer Beliebtheit, es wird immer häufiger auch von Fußballprofis nach einem Torerfolg mit den Händen gezeigt. Ein erster Versuch führt in die Welt der Wurzelfunktionen. Werden die beiden Funktionen

$Y1 = \sqrt{1-x^2} + \sqrt[3]{x^2}$ und $Y2 = -\sqrt{1-x^2} + \sqrt[3]{x^2}$ mit der Fenstereinstellung

$x_{\min} = -1,6$, $x_{\max} = 1,6$, $y_{\min} = -1,2$ und $y_{\max} = 1,6$ mit dem FX-CG20 dargestellt, so ergibt sich folgendes Bild:

Fortsetzung auf Seite 2



Mit den Schülern sollte die Pixeligkeit an den Rändern diskutiert werden. Ein junger, sehr verliebter, aber auch sehr schüchterner Mathematikstudent schickte seiner Angebeteten eine Karte folgenden Inhalts:

$$x(t) = \pm(-3t^2 + 2t + 1) \cdot \sin(t)$$

$$y(t) = (-3t^2 + 2t + 1) \cdot \cos(t)$$

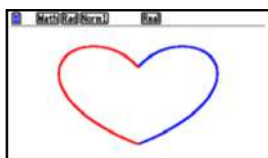
$$0 \leq t \leq 1$$

Die junge Dame schaute verblüfft und griff zu ihrem grafischen Taschenrechner. Mit den passenden Einstellungen

$$(z.B.: x_{\min} = -1, x_{\max} = 1, y_{\min} = -0,1,$$

$$y_{\max} = 1,5, t_{\min} = 0, t_{\max} = 1, \text{ptch} = 0,001)$$

zeigte er zu ihrer großen Freude:

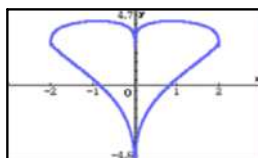


Noch mehr Herzblut legte ein portugiesischer Kollege an den Tag, als er folgenden Vorschlag unterbreitete:

$$x(t) = 2 \sin^7(t)$$

$$y(t) = -4,5 \cos(t) \cdot (1 + 1,2 \cos(t)) + (\cos^2(t))^{\frac{1}{8}} + 2,5$$

Das Ergebnis ist trotz des großen Aufwands eher ein trauriges Herz, passend zu den Worten des portugiesischen Dichters Luís de Camões (1524-1580): „A tristeza no coração é como traça no pano.“¹



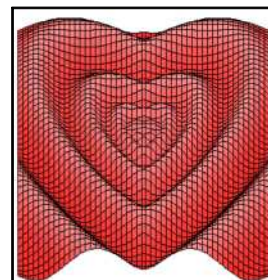
Besonders schön dagegen ist dieses Herz in 3D, das mit dem Classpad erstellt wird. Dazu wird im Main-Fenster zunächst die Funktion

$$r(x, y) = \sqrt{x^2 - 1,2 \cdot |x| \cdot y + y^2}$$

definiert, die den Kreisradius festlegt. Anschließend wird im 3D-Menü die Funktion

$$z = (\sin(15 \cdot r(x, y)^{0,2}))^2 \cdot r(x, y)^{0,6}$$

eingetragen. Mit den Fenstereinstellungen für x und y zwischen -6π und $+6\pi$ und einem Gitterwert von jeweils 50 sowie $-10 \leq z \leq +10$ ergibt sich das folgende Bild:



Toll, oder? Und wer es ganz einfach haben will, erinnere sich an die klassische Kardioiden. Man gibt einen festen Kreis vor und rollt einen gleich großen Kreis auf ihm ab. Markiert man auf der Kreislinie des beweglichen Kreises einen Punkt und verfolgt während eines Umlaufs den Weg dieses Punktes, so beschreibt er die Kardioiden. Das entstehende Herz ist aber rund und nicht wie gewohnt spitz.

Experiment mit dem ClassPad II

Das Stechheber-Experiment – Viele Möglichkeiten

Autoren: Irene Grafenhofer, Vanessa Klöckner, Universität Koblenz-Landau

Das Experiment.

Für den Versuch werden zwei gleiche Messzylinder und Stechheber (z.B. Strohhalme) mit unterschiedlichen Durchmessern benötigt. Einer der Zylinder wird mit Wasser gefüllt, der andere bleibt zu Beginn leer. Mithilfe eines Stechhebers wird Wasser aus dem ersten Zylinder in den zweiten gefüllt und gleichzeitig Wasser aus dem zweiten in den ersten. Immer wird der Stechheber dabei bis auf den Boden des Messzylinders eingetaucht. Es werden die neuen Volumina des Wassers in den beiden Zylindern notiert. Dieser Vorgang wird mehrere Male wiederholt.

Dieses Modellexperiment wird im Chemieunterricht gezeigt, um Gleichgewichtsreaktionen zu veranschaulichen. Bei ihnen findet so lange ein dynamischer Austausch der Substanzen statt, bis sich ein Gleichgewicht einstellt. Im Fall des Modellexperiments können Bestand und Änderung einer Flüssigkeit direkt beobachtet werden, bis keine Änderungen mehr zu erkennen sind. Im Mathematikunterricht kann es ohne größeren Aufwand eingesetzt werden. Der bei jedem Schritt übertragene

Wasseranteil kann gut durch einen Koeffizienten beschrieben werden, dem Übertragungskoeffizient. Er ist das Verhältnis der Grundfläche des Stechhebers zur Grundfläche des Messzylinders.

Die Möglichkeiten.

Die Änderungen der Volumina in den Messzylindern nach jeder Wasserübertragung können notiert und als rekursive Folgen dargestellt werden (vgl. Humenberger 2013). Durch das wiederholte Durchführen der Wasserübertragung kann zunächst der dynamische Aspekt des Grenzwerts deutlich gemacht werden (Greefrath et al. 2016). Der Wasserbestand in den Zylindern ändert sich bei jedem Durchgang immer weniger, er nähert sich immer weiter einem bestimmten Wert an. Das Stechheber-Experiment wird beendet, sobald keine Veränderung des Wasserbestands im Zylinder mehr erkennbar ist: Ab jetzt fallen alle weiteren Messwerte in eine bestimmte Umgebung. Damit wird auch der statische Aspekt (Greefrath et al. 2016) deutlich. Er ist die Grundlage der Umgebungsvorstellung, die wichtig ist für den verständnisorientierten Zugang zur Definition des

Grenzwerts (vgl. Greefrath et al. 2016). Mit der Tabellenkalkulation können Ergebnisse ausgewertet und gut visualisiert werden. Beispielhaft wird ein „Versuch“ ausgewertet mit den Startvolumina 100 ml (Zylinder a) und 0 ml (Zylinder b) und einem Übertragungskoeffizienten von 0,1 (vgl. Abb.1).

	A	B	C
1	0	100	0
2	1	90	10
3	2	82	18
4	3	75,6	24,4
5	4	70,48	29,52
6	5	66,384	33,616
7	6	63,107	36,893
8	7	60,486	39,514
9	8	58,389	41,611
10	9	56,711	43,289
11	10	55,369	44,631
12	11	54,295	45,705
13	12	53,436	46,564
14	13	52,749	47,251
15	14	52,199	47,801
16	15	51,759	48,241

Abbildung 1:
Werte der Zylinder in der Tabelle